Доклады Национальной академии наук Беларуси

2012 **январь–февраль** **Том 56 № 1**

УДК 519.6+517.983.54

О. В. МАТЫСИК, В. Ф. САВЧУК

АПРИОРНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В ЯВНОМ МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИБЛИЖЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ

(Представлено членом-корреспондентом Я. В. Радыно)

Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина *Поступило 22.06.2011*

В сообщении предлагается итерационный метод явного типа решения некорректных задач, представляющий собой семейство итерационных схем, зависящих от параметра k. Частный случай этого метода при $k = 1$ – метод простой итерации: $x_{n+1} = x_n + \alpha(y - Ax_n)$, $x_0 = 0$ является наиболее изученным. Он рассматривается в [1–7] и др. Случай $k = 2$ был рассмотрен ранее в [8]. Таким образом, предлагаемый метод является обобщением ранее изученных методов. Случай приближенной правой части уравнения и точного оператора для рассматриваемого метода изучен в [9–10]. Там исследован априорный и апостериорный выбор параметра регуляризации, изучен случай неединственного решения задачи, доказана сходимость метода в энергетической норме. Сравнение предлагаемого метода с методом простой итерации показывает, что по мажорантным оценкам погрешности эти методы одинаковы. Однако предлагаемый метод имеет преимущество по сравнению с методом простой итерации в следующем: выполнение здесь одного шага итераций равносильно выполнению k шагов по методу простой итерации.

В данном сообщении продолжено изучение предлагаемого метода. Доказана его сходимость в случае априорного выбора числа итераций и получены априорные оценки погрешности в предположении, что оператор задан приближенно.

1. Постановка задачи. Пусть H и F – гильбертовы пространства и $A \in \mathfrak{L}(H, F)$, т. е. A – линейный непрерывный оператор, действующий из H в F. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора A, но не является его собственным значением. Решается уравнение

$$Ax = y. \tag{1}$$

Задача отыскания элемента $x \in H$ по элементу $y \in F$ является некорректной, так как сколь угодно малые возмущения в правой части y могут вызывать сколь угодно большие возмущения решения.

Предположим, что точное решение $x^* \in H$ уравнения (1) существует и является единственным. Будем искать его с помощью итерационного процесса

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^k x_n + A^{-1}[E - (E - \alpha A)^k]y, \ x_0 = 0, \ k \in N, \tag{2}$$

(E– тождественный оператор).

Считаем, что оператор A и правая часть y уравнения (1) заданы приближённо, т. е. вместо y известно приближение y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$, а вместо оператора A известен оператор A_η, $\|A - A_\eta\| \le \eta$. Предполагаем, что $0 \in Sp(A_\eta)$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$. Тогда метод (2) примет вид

$$x_{n+1} = (E - \alpha A_\eta)^k x_n + A_\eta^{-1}[E - (E - \alpha A_\eta)^k]y_\delta, \quad x_0 = 0, \quad k \in N. \tag{3}$$

Докажем сходимость метода (3) в случае априорного выбора параметра регуляризации при решении уравнения $A_\eta x = y_\delta$ с приближенным оператором A_η и приближённой правой частью y_δ, получим априорные оценки погрешности. Подобные вопросы изучались в [2], но только для других методов.

2. Случай самосопряжённых неотрицательных операторов. Пусть $H = F$, $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $0 < \eta \leq \eta_0$. Итерационный метод (3) запишем в виде

$$x_n = g_n(A_\eta) y_\delta, \tag{3^1}$$

где $g_n(\lambda) = \lambda^{-1}[1 - (1 - \alpha\lambda)^{kn}]$. В [9] получены условия для функций $g_n(\lambda)$:

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma n, \quad \gamma = k\alpha, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{M}, \quad n > 0; \tag{4}$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^s |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_s n^{-s}, \ (n > 0), \ 0 < s < \infty, \quad \gamma_s = \left(\frac{s}{k\alpha e}\right)^s, \quad 0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}, \tag{5}$$

(здесь s – степень истокопредставимости точного решения $x^* = A^s z$, $s > 0$, $\|z\| \leq \rho$);

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_0, \quad \gamma_0 = 1, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{M}, \quad n > 0; \tag{6}$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)| \to 0, \quad n \to \infty, \ 0 < \alpha < \frac{2}{M}. \tag{7}$$

Справедлива

Л е м м а 1. *Пусть* $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $\|A_\eta - A\| \leq \eta$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $0 < \alpha < \dfrac{2}{M}$ *и выполнены условия* (6), (7). *Тогда* $\|G_{n\eta} v\| \to 0$ *при* $n \to \infty$, $\eta \to 0$, $\forall v \in N(A)^\perp = \overline{R(A)}$, *где* $N(A) = \{x \in H \,|\, Ax = 0\}$ *и* $G_{n\eta} = E - A_\eta g_n(A_\eta)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. В силу (6) $\|G_{n\eta}\| = \|E - A_\eta g_n(A_\eta)\| \leq \gamma_0$, $(n > 0, \quad 0 < \eta \leq \eta_0)$. Для элементов вида $v = Aw$, образующих в $\overline{R(A)}$ плотное подмножество, на основании (7) имеем $\|G_{n\eta} v\| = \|G_{n\eta} Aw\| \leq \|G_{n\eta}(A - A_\eta) w\| + \|G_{n\eta} A_\eta w\| \leq \left(\gamma_0 \eta + \sup\limits_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)|\right) \|w\| \to 0$ при $n \to \infty$, $\eta \to 0$. Лемма 1 доказана.

Условие сходимости для метода (3) дает

Т е о р е м а 1. *Пусть* $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $\|A_\eta - A\| \leq \eta$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $0 < \alpha \leq \dfrac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ *и выполнены условия (4), (6), (7). Выберем параметр* $n = n(\delta, \eta)$ *в приближении (3) так, чтобы* $(\delta + \eta) n(\delta, \eta) \to 0$ *при* $n(\delta, \eta) \to \infty$, $\delta \to 0, \eta \to 0$. *Тогда* $x_{n(\delta,\eta)} \to x^*$ *при* $\delta \to 0, \eta \to 0$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (3^1) имеем $x_n = g_n(A_\eta) y_\delta$. Тогда

$$x_n - x^* = g_n(A_\eta) y_\delta - x^* = -G_{n\eta} x^* + G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta) y_\delta - x^* =$$
$$-G_{n\eta} x^* + (E - A_\eta g_n(A_\eta)) x^* + g_n(A_\eta) y_\delta - x^* = -G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*).$$

Следовательно, $x_n - x^* = -G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)$.

Так как по условию (4) $\|g_n(A_\eta)\| \le \sup\limits_{0\le\lambda\le M} |g_n(\lambda)| \le \gamma n,$ то

$$\left\|y_\delta - A_\eta x^*\right\| \le \|y_\delta - y\| + \left\|y - A_\eta x^*\right\| = \|y_\delta - y\| + \left\|Ax^* - A_\eta x^*\right\| \le \delta + \|A - A_\eta\|\left\|x^*\right\| \le \delta + \eta\left\|x^*\right\|.$$

Следовательно, $\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \le \left\|G_{n\eta}x^*\right\| + \left\|g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)\right\| \le \left\|G_{n\eta}x^*\right\| + \gamma n\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right).$

Из леммы 1 следует, что $\left\|G_{n\eta}x^*\right\| \to 0$ при $n\to\infty,$ $\eta\to 0,$ а по условию теоремы 1 $n(\delta+\eta)\to 0$ при $\delta\to 0,$ $\eta\to 0.$ Таким образом, $\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \to 0,$ $\delta\to 0, \eta\to 0.$ Теорема 1 доказана.

Т е о р е м а 2. *Пусть* $A = A^* \ge 0,$ $A_\eta = A_\eta^* \ge 0,$ $\|A_\eta - A\| \le \eta,$ $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M],$ $(0 < \eta \le \eta_0),$ $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M},$ $y \in R(A),$ $\|y_\delta - y\| \le \delta$ *и выполнены условия (4), (5). Если точное решение истокопредставимо, т. е.* $x^* = A^s z,$ $s > 0,$ $\|z\| \le \rho,$ *то справедлива оценка погрешности*

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \le \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_s n^{-s}\rho + \gamma n\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right),\ 0 < s < \infty.$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Имеем, используя истокопредставимость точного решения,

$$\left\|G_{n\eta}x^*\right\| = \left\|G_{n\eta}A^s z\right\| \le \left\|G_{n\eta}\left(A^s - A_\eta^s\right)z\right\| + \left\|G_{n\eta}A_\eta^s z\right\| \le \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_s n^{-s}\rho,$$

так как по лемме 1.1 [2, с. 91] $\left\|A_\eta^s - A^s\right\| \le c_s\eta^{\min(1,s)},$ $c_s = \mathrm{const},$ $(c_s \le 2$ для $0 < s \le 1).$ Тогда

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \le \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_s n^{-s}\rho + \gamma n\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right), 0 < s < \infty. \tag{8}$$

Теорема 2 доказана.

Если минимизировать правую часть оценки (8) по *n*, то получим значение априорного момента останова: $n_{\text{опт}} = \left[\dfrac{s\gamma_s\rho}{\gamma\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)}\right]^{1/(s+1)} = d_s\rho^{1/(s+1)}\left[\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right]^{-1/(s+1)},$ где $d_s = \left(\dfrac{s\gamma_s}{\gamma}\right)^{1/(s+1)}.$ Отсюда $n_{\text{опт}} = s(k\alpha)^{-1}e^{-s/(s+1)}\rho^{1/(s+1)}(\delta + \eta\left\|x^*\right\|)^{-1/(s+1)}.$ Подставим $n_{\text{опт}}$ в оценку (8), получим

$$\begin{gathered}\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_s\rho(d_s\rho^{1/(s+1)})^{-s}\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)^{s/(s+1)} + \\ \gamma\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)d_s\rho^{1/(s+1)}\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)^{-1/(s+1)} = \\ \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)^{s/(s+1)}(d_s^{-s}\gamma_s\rho^{1/(s+1)} + \gamma d_s\rho^{1/(s+1)}) = \\ \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \rho^{1/(s+1)}c_s'\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)^{s/(s+1)},\end{gathered}$$

где $c_s' = d_s^{-s}\gamma_s + \gamma d_s = (s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)})\gamma^{s/(s+1)}\gamma_s^{1/(s+1)} = (1+s)e^{-s/(s+1)}.$ Отсюда

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + (1+s)e^{-s/(s+1)}\rho^{1/(s+1)}\left(\delta + \eta\left\|x^*\right\|\right)^{s/(s+1)}.$$

З а м е ч а н и е. *Оптимальная оценка погрешности не зависит от* α*, но* $n_{\text{опт}}$ *зависит от* α*. Следовательно для уменьшения объёма вычислительной работы следует брать* α *возможно большим из условия* $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M}$ *и таким, чтобы* $n_{\text{опт}}$ *было целым.*

3. Случай несамосопряжённых операторов. В случае несамосопряжённой задачи итерационный метод (3) примет вид

$$x_{n+1} = (E - \alpha A_\eta^* A_\eta)^k x_n + (A_\eta^* A_\eta)^{-1}[E - (E - \alpha A_\eta^* A_\eta)^k] A_\eta^* y_\delta, \; x_0 = 0, \; k \in N. \tag{9}$$

Его можно записать так

$$x_n = g_n(A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* y_\delta. \tag{10}$$

Из леммы 1 следует

Л е м м а 2. *Пусть* $A, A_\eta \in \mathfrak{L}\,(H, F)$, $\|A_\eta - A\| \le \eta$, $\|A_\eta\|^2 \le M$, $0 < \alpha < \dfrac{2}{M}$ *и выполнены условия (6), (7). Тогда*

$$\|K_{n\eta} v\| \to 0 \text{ при } n \to \infty, \quad \eta \to 0, \;\; \forall v \in N(A)^\perp = \overline{R(A^*)}, \tag{11}$$

$$\|\tilde{K}_{n\eta} z\| \to 0 \text{ при } n \to \infty, \quad \eta \to 0, \;\; \forall z \in N(A^*)^\perp = \overline{R(A)}, \tag{12}$$

где $K_{n\eta} = E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)$, $\tilde{K}_{n\eta} = E - A_\eta A_\eta^* g_n(A_\eta A_\eta^*)$.

Используем лемму 2 для доказательства следующей теоремы.

Т е о р е м а 3. *Пусть* $A, A_\eta \in \mathfrak{L}\,(H, F)$, $\|A - A_\eta\| \le \eta$, $\|A_\eta\|^2 \le M$, $(0 < \eta \le \eta_0)$, $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y_\delta - y\| \le \delta$ *и выполнены условия (4), (6), (7). Выберем параметр* $n = n(\delta, \eta)$ *так, чтобы*

$$(\delta + \eta)^2 n(\delta, \eta) \to 0 \text{ при } n(\delta, \eta) \to \infty, \; \delta \to 0, \;\; \eta \to 0. \tag{13}$$

Тогда $x_{n(\delta,\eta)} \to x^*$ *при* $\delta \to 0, \;\; \eta \to 0.$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для погрешности приближения $x_{n(\delta,\eta)}$ имеем

$$x_{n(\delta,\eta)} - x^* = -K_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* (y_\delta - A_\eta x^*). \tag{14}$$

Здесь $\|g_n(A_\eta^* A_\eta) A_\eta^*\| = \|g_n(A_\eta^* A_\eta)(A_\eta^* A_\eta)^{1/2}\| \le \gamma_* n^{1/2}$, где $\gamma_* = \sup\limits_{n>0}\left(n^{-1/2} \sup\limits_{0 \le \lambda \le M} \lambda^{1/2} |g_n(\lambda)|\right) \le \left(\dfrac{5}{4} k\alpha\right)^{1/2}$ [10, с. 26]. Поскольку $\|y_\delta - A_\eta x^*\| \le \|y_\delta - y\| + \|y - A_\eta x^*\| = \|y_\delta - y\| + \|Ax^* - A_\eta x^*\| \le \delta + \eta\|x^*\|$, то $\|g_n(A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* (y_\delta - A_\eta x^*)\| \le \left(\dfrac{5}{4} k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \|x^*\|\eta\right)$. Поэтому

$$\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \le \|K_{n\eta} x^*\| + \|g_n(A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* (y_\delta - A_\eta x^*)\| \le \|K_{n\eta}(x^*)\| + \left(\frac{5}{4} k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \eta\|x^*\|\right).$$

Из леммы 2 следует, что $\|K_{n\eta} x^*\| \to 0$ при $n \to \infty, \quad \eta \to 0$, а из условия (13) $n(\delta + \eta)^2 \to 0$ при $n \to \infty, \quad \delta \to 0, \quad \eta \to 0$. Отсюда $\left(\dfrac{5}{4} k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \eta\|x^*\|\right) \to 0$, $n \to \infty, \quad \delta \to 0, \quad \eta \to 0$. Таким образом, $\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \to 0$, $n \to \infty, \quad \delta \to 0, \quad \eta \to 0$. Теорема 3 доказана.

Справедлива

Т е о р е м а 4. *Пусть* A, $A_\eta \in \mathfrak{L}\,(H, F)$, $\|A - A_\eta\| \le \eta$, $\|A_\eta\|^2 \le M$, $(0 < \eta \le \eta_0)$, $0 < \alpha \le \dfrac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y_\delta - y\| \le \delta$. *Если точное решение представимо в виде* $x^* = |A|^s z$, $s > 0$, $\|z\| \le \rho$, $|A| = (A^* A)^{1/2}$ *и выполнены условия (4), (5), то справедлива оценка погрешности*

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \le \gamma_0 c_s (1 + |\ln\eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho + \left(\frac{5}{4}k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right),\ 0 < s < \infty.$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. В случае истокообразно представимого точного решения $x^* = |A|^s z = (A^* A)^{s/2} z$ из (5) получим $\sup\limits_{0 \le \lambda \le M} \lambda^{s/2}\left|1 - \lambda g_n(\lambda)\right| \le \gamma_{s/2} n^{-s/2}$, где $\gamma_{s/2} = \left(\dfrac{s}{2k\alpha e}\right)^{s/2}$. Тогда

$$\left\|K_{n\eta}\left|A_\eta\right|^s z\right\| = \left\|\left|A_\eta\right|^s [E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)]z\right\| = \left\|(A_\eta^* A_\eta)^{s/2}[E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)]z\right\| \le \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho.$$

Отсюда

$$\left\|K_{n\eta}x^*\right\| = \left\|K_{n\eta}|A|^s z\right\| = \left\|K_{n\eta}\left(\left|A_\eta\right|^s - |A|^s\right)z\right\| + \left\|K_{n\eta}\left|A_\eta\right|^s z\right\| \le \gamma_0 c_s (1 + |\ln\eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho,$$

так как из [2, с. 92] имеем $\left\|\left|A_\eta\right|^s - |A|^s\right\| \le c_s (1 + |\ln\eta|)\eta^{\min(1,s)}$, $c_s = \text{const}$, ($c_s \le 2$ для $0 < s \le 1$). Из (14)

$$\begin{gathered}\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\| \le \left\|K_{n\eta}x^*\right\| + \gamma_* n^{1/2}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right) = \left\|K_{n\eta}x^*\right\| + \left(\frac{5}{4}k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right) \le \\ \gamma_0 c_s (1 + |\ln\eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho + \left(\frac{5}{4}k\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right),\ 0 < s < \infty.\end{gathered} \tag{15}$$

Теорема 4 доказана.

Минимизируя правую часть (15) по n, получим значение априорного момента останова:

$$n_{\text{опт}} = \left(\frac{s\gamma_{s/2}}{\gamma_*}\right)^{2/(s+1)} \rho^{2/(s+1)}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)^{-2/(s+1)} =$$
$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-1/(s+1)} s^{(2+s)/(s+1)}(2e)^{-s/(s+1)}(k\alpha)^{-1}\rho^{2/(s+1)}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)^{-2/(s+1)}.$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (15), получим оптимальную оценку погрешности для метода итераций (9) $\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le \gamma_0 c_s (1 + |\ln\eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + c_s''\rho^{1/(s+1)}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)^{s/(s+1)}$, $0 < s < \infty$, где $c_s'' = \left(s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)}\right)\gamma_*^{s/(s+1)}\gamma_{s/2}^{1/(s+1)} = \left(\dfrac{5}{4s}\right)^{s/(2(s+1))}(s+1)(2e)^{-s/(2(s+1))}$. Таким образом,

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{опт} \le c_s\left(1 + |\ln\eta|\right)\eta^{\min(1,s)}\rho +$$
$$\left(\frac{5}{4s}\right)^{s/(2(s+1))}(s+1)(2e)^{-s/(2(s+1))}\rho^{1/(s+1)}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)^{s/(s+1)},\ 0 < s < \infty.$$

Литература

1. *Лаврентьев М. М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, 1962.
2. *Вайникко Г. М., Веретенников А. Ю.* Итерационные процедуры в некорректных задачах. М., 1986.
3. *Емелин И. В., Красносельский М. А.* // Докл. АН СССР. 1979. Т. 244, № 4. С. 805–808.
4. *Емелин И. В., Красносельский М. А.* // Автоматика и телемеханика. 1978. № 12. С. 59–63.
5. *Бакушинский А. Б.* // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1967. Т. 7, № 3. С. 672–677.
6. *Денисов А. М.* Введение в теорию обратных задач. М., 1994.
7. *Самарский А. А., Вабищевич П. Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М., 2004.
8. *Савчук В. Ф., Матысик О. В.* Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве. Брест, 2008.
9. *Матысик О. В.* // Докл. НАН Беларуси. 2005. Т. 49, № 3. С. 38–43.
10. *Савчук В. Ф., Матысик О. В.* // Вестн. Брестского ун-та. 1999. № 2. С. 23–29.

O. V. MATYSIK, V. F. SAVCHUK

matysik@brsu.brest.by

A PRIORI CHOICE OF THE REGULARIZATIONPARAMETER IN THE EXPLICIT ITERATION METHOD FOR SOLUTION OF INCORRECT PROBLEMS WITH AN APPROXIMATE OPERATOR

Summary

An explicit iteration method for solution of first-kind operator equations with non-negative self-conjugated and non-self-conjugated bounded operator in the Hilbert space is proposed. Convergence of the method is proved in the case of the *a priori* choice of the number of iterations in the unusual norm of the Hilbert space, supposing that not only the right hand-side of the equation, but also the operator has errors. Estimates of an error and *a priori* moment of stop are obtained.